<u>Осцилляции нейтрино</u> (абстрактная теория)

$$\nu_\mu = \nu_1 \cos\theta + \nu_2 \sin\theta \qquad\qquad \nu_2 = \nu_e \cos\theta + \nu_\mu \sin\theta$$
$$\nu_e = -\nu_1 \sin\theta + \nu_2 \cos\theta \quad (1) \qquad \nu_1 = -\nu_e \sin\theta + \nu_\mu \cos\theta \quad (2)$$

Замечание. Мы не знаем, что такое ν_1 и ν_2. Мы не знаем θ.

Пусть при t = 0 $I_{\nu_\mu} = 1, \quad I_{\nu_e} = 0$, тогда из (2) $\begin{array}{l}\nu_1(0) = \nu_\mu(0)\cos\theta \\ \nu_2(t) = \nu_\mu(0)\sin\theta\end{array}$ (3)

Запишем (1) во времени $\nu_\mu(t) = \nu_1(t)\cos\theta + \nu_2(t)\sin\theta$ (4)

Временная зависимость $\begin{array}{l}\nu_1(t) = \nu_1(0)e^{-iE_1t} \\ \nu_2(t) = \nu_2(0)e^{-iE_2t}\end{array}$

Волновая функция $\nu_\mu(t) = \nu_\mu(0)\cos^2\theta\, e^{-iE_1t} + \nu_\mu(0)\sin^2\theta\, e^{-iE_2t}$

$$\frac{I_{\nu_\mu}(t)}{I_{\nu_\mu}(0)} = \frac{\left|\nu_\mu(t)\right|^2}{\left|\nu_\mu(0)\right|^2} = \frac{\nu_\mu(t)\,\nu_\mu^*(t)}{\left|\nu_\mu(0)\right|^2}$$

$$I_{\nu_\mu}(t) = \cos^4\theta + \sin^4\theta + \sin^2\theta\ \cos^2\theta \times \left[e^{i(E_2-E_1)t} + e^{-i(E_2-E_1)t}\right]$$

$$(\cos^2\theta + \sin^2\theta)^2 = 1 = \cos^4\theta + \sin^4\theta + 2\cos^2\theta\sin^2\theta$$

$$I_{\nu_\mu}(t) = 1 - \sin^2\theta\ \cos^2\theta \times \left[2 - e^{i(E_2-E_1)t} - e^{-i(E_2-E_1)t}\right]$$

$$\sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i} \qquad \sin^2 x = \frac{e^{2ix} - 2 + e^{-2ix}}{-4} \qquad x = \frac{(E_2 - E_1)t}{2}$$

$$\left[2 - e^{i(E_2-E_1)t} - e^{-i(E_2-E_1)t}\right] = 4\sin^2\left(\frac{E_2 - E_1}{2}t\right)$$

$$I_{\nu_\mu}(t) = 1 - 4\sin^2\theta\ \cos^2\theta\sin^2\left(\frac{E_2 - E_1}{2}t\right)$$

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta \qquad \sin^2 2\theta = 4\sin^2\theta\cos^2\theta$$

$$I_{\nu_\mu}(t) = 1 - \sin^2 2\theta\sin^2\left(\frac{E_2 - E_1}{2}t\right)$$

E – полная энергия $E=\sqrt{p^2+m^2}$

При $E, p \gg m$ $\qquad E=p\sqrt{1+\frac{m^2}{p^2}} \approx p\left(1+\frac{m^2}{2p^2}\right) \qquad E=p+\frac{m^2}{2p}$

$$E_2-E_1=p_2+\frac{m_2^2}{2p_2}-p_1-\frac{m_1^2}{2p_1}$$

Но $p_1=p_2=p$ (!) $\qquad E_2-E_1=\frac{m_2^2-m_1^2}{2p}=\frac{m_2^2-m_1^2}{2E}=\frac{\Delta m^2}{2E}$

$t=\frac{R}{c}=R \quad (c=1) \qquad \sin^2\left(\frac{E_2-E_1}{2}t\right)=\sin^2\left(\frac{\Delta m^2 R}{4E}\right)$

$I_{\nu_\mu}=1-\sin^2 2\theta \sin^2\left(\frac{\Delta m^2 R}{4E}\right) \qquad I_{\nu_e}=\sin^2 2\theta \sin^2\left(\frac{\Delta m^2 R}{4E}\right)$

$$\left[\Delta m^2\right]=eV^2, \quad [R]=m, \quad [E]=MeV$$

$$\frac{\cancel{eV^2}}{4\cdot 10^6\,\cancel{eV}\cdot 1.96\cdot 10^{-7}\,\cancel{eV}}=\frac{10}{4\cdot 1.96}=1.27 \quad \left(1\,m=\frac{1}{1.96\cdot 10^{-7}\,eV}\right)$$

$$I_{\nu_\mu}=1-\sin^2 2\theta \sin^2\left(1.27\frac{\Delta m^2 R}{E}\right)$$

$L_{osc}=\frac{4\pi E}{\Delta m^2} \qquad \sin^2\left(1.27\frac{\Delta m^2 R}{E}\right)=\sin^2\left(\pi\frac{R}{L}\right)$

$L_{osc}=\frac{12.5\cdot 1\,MeV}{1\,eV^2}=\frac{12.5\cdot 10^6\,eV}{1\,eV}\cdot 2\cdot 10^{-7}\,m \approx 2.5\,m \qquad [R]=km, \quad [E]=GeV$